

II.A 高程測量原理解說

[a.1 前言](#)

[a.2 重要名詞解釋](#)

[a.3 高程基準與水準點](#)

[a.4 高程測量之方法及基本原理](#)

[a.5 水準測量之儀器介紹](#)

[a.6 水準測量之作業程序與成果計算](#)

[a.7 水準測量之誤差](#)

2.A 原理解說

a.1. 前言

高程測量（又稱水準測量）之目的在於觀測地面點位間之相對高程差值，並由已知高程點位推算未知點位之高程值。一般可利用水準儀（level）直接測定水平視線在二水準尺上之讀數，進而求得該二水準尺地面高程差，此種方法又稱直接高程測量（direct leveling）。而直接水準測量又可分為單站水準測量以及逐差水準測量，其適用條件以及施測方法將於本章節中介紹。

水準測量，其適用條件以及施測方法將於本章節中介紹。

a.2. 重要名詞解釋

高程測量及高程基準如圖1 所示，高程測量上常用之名詞及其定義，說明如下：

- 垂直線 (Vertical Line)：為地面上一點指向地心之直線，為平行於重力方向之直線。
- 水準面 (Level Surface)：為各點均垂直於重力線之曲面，其形狀近似於地球橢球體。
- 水準線 (Level Line)：水準面與經過地心之平面相交而成之直線。
- 水平面 (Horizontal Plane)：切於水準面之平面。
- 水平線 (Horizontal Line)：切於水準面之直線。
- 水準基面 (Vertical Datum)：為一預先測定之水準面，於此面上之高程為零，一般以平均海水面為水準基面。

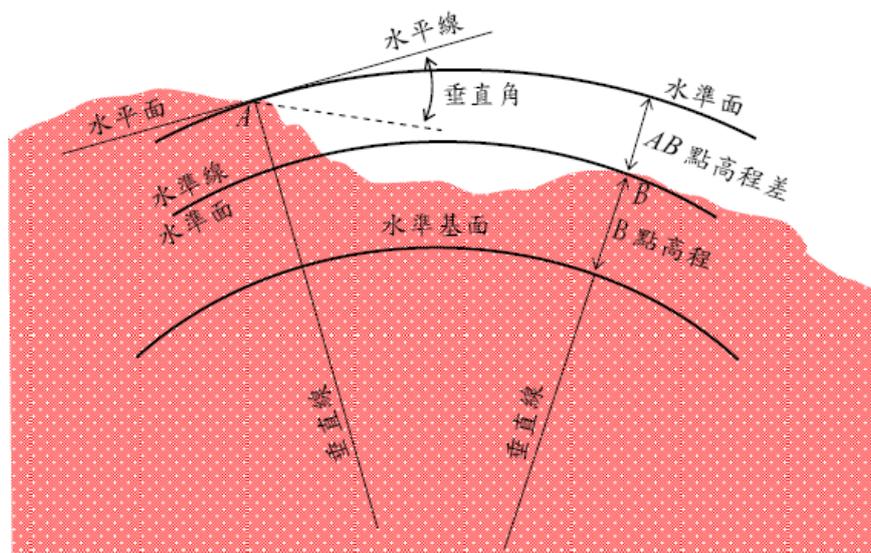


圖 2-1、高程測量及高程基準示意圖

a.3. 高程基準與水準點

a.3.1 高程基準

因地球形狀為一近似橢球體，且地球內部的質量並不均勻，故實際上垂直於地球表面之垂線與重力線並不相符，因此為了進行高程測量，必須先定義一曲面，於此曲面上各點之垂直線與重力線是一致的，此曲面稱為水準面。兩水準面間之垂直距離稱為相對高程差，若欲測得絕對高程，則必須定義一水準基面，作為高程計算之依據。在台灣，水準基面係根據基隆驗潮站的潮位觀測紀錄，以天體運行之章動週期 18.6 年為基礎所求得之平均海水面。

台灣水準點之高程採用正高系統；同時高程基準係定義在 1990 年 1 月 1 日標準大氣環境情況下，並採用基隆驗潮站 1957 年至 1991 年之潮汐資料化算而得，並命名為 2001 台灣高程基準（TaiWan Vertical Datum 2001，簡稱 TWVD 2001）。

內政部於九十年新設台灣水準原點(見圖 2)，做為高程控制點系統之基準，並據以辦理一等水準測量工作，為所有水準點之起源；採雙水準原點設計，一為主點（點號：K999），屬地下點位，一為副點（點號：K998），屬地面點位，均位於基隆市海門公園內；水準原點之高程採用正高系統，以基隆平均海水面為參考依據，並據以訂定 2001 台灣高程基準（TWVD2001）。



圖 2-2、台灣水準原點（副點 K998，位於基隆市海門公園內）

a.3.2 水準點

用做高程測量的控制點稱為水準點 (Bench Mark)，根據水準點的高程可以測量附近其他點位的高程。水準點按精度不同可分成不同的等級(即一等、二等及三等....)，圖 3 為聯勤測量隊所設一等水準點，圖 4 則為內政部所設一等水準點。水準點沿水準路線設置，其設置程序依序為點位勘選、點位埋石。

台灣一等水準網共規劃 2065 個新設一等水準點，其中 88 及 89 年度先行辦理台灣環島路線一等一級水準網，計 1010 個一等水準點測量工作(水準路線總長度約 2020 公里)，90 及 91 年度辦理一等二級水準網，計 1055 個一等水準點測量工作(水準路線總長度約 2110 公里)(請參考內政部地政司衛星測量中心網站)。



圖 2-3、聯勤測量隊一等水準點 (合歡山)



圖 2-4、內政部一等水準點 (花蓮石梯坪)

a.4. 高程測量之方法及基本原理

a.4.1 高程測量之方法

高程測量方法依使用儀器及作業方法不同，可分為：

a. 直接高程測量 (Direct Leveling)

水準測量 (Leveling surveys)：使用水準儀觀測水平視準線在兩水準尺上之讀數，直間求得兩點間之高程差，精度較高。

b. 間接高程測量 (Indirect Leveling)

三角高程測量 (Trigonometric Leveling)：根據距離及垂直角度計算兩點間之高程差。

視距高程測量 (Stadia Leveling)：使用視距儀器測定標尺上兩視距絲間之讀數或角度，以幾何關係計算兩點間之高程差。

氣壓計高程測量 (Barometric Leveling)：利用大氣壓力與高程間之關係計算兩點間之高程差。

一般高程測量以直接高程測量為主，其精度較間接水準高。

a.4.2 單站直接水準之基本原理

利用水準儀直接測定水平視線在二水準尺上之讀數，進而求得該二水準尺地面高程差。如圖 5 所示，已知 A 點之高程為 H_A ，測得高程差為 ΔH_{AB} ，則 B 點高程為

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB} \quad (2-1)$$

假設觀測後視讀數為 r_B ，前視讀數為 r_F ，則兩點間高程差為

$$\Delta H_{AB} = r_B - r_F \quad (2-2)$$

若 $\Delta H_{AB} > 0$ ，則 A 點高程比 B 點低；若 $\Delta H_{AB} < 0$ ，則 A 點高程比 B 點高。

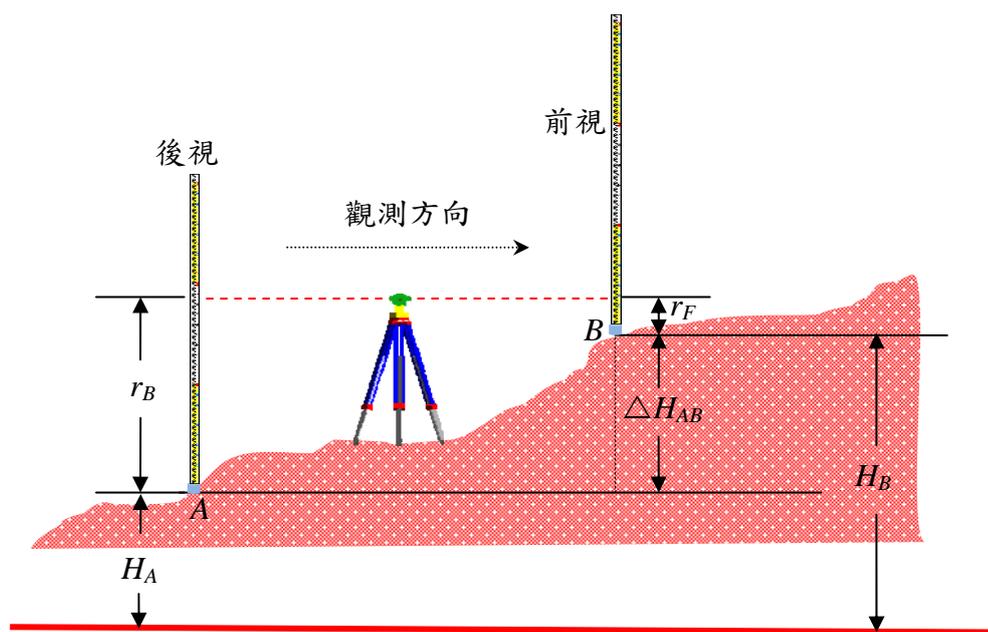


圖 2-5、單站直接水準測量示意圖

a.4.3 逐差直接水準測量之原理

如圖 6，當兩點間因距離太遠，或因地勢起伏太大，或因兩點間無法通視時，可採分段連續觀測法，以推求終點之高程。圖 2-6 中，1、2、3 點為臨時水準點，又稱為轉點(Turning Point, TP)，終點 B 之高程計算方式如下：

$$\Delta H_{AB} = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4 \quad (2-3)$$

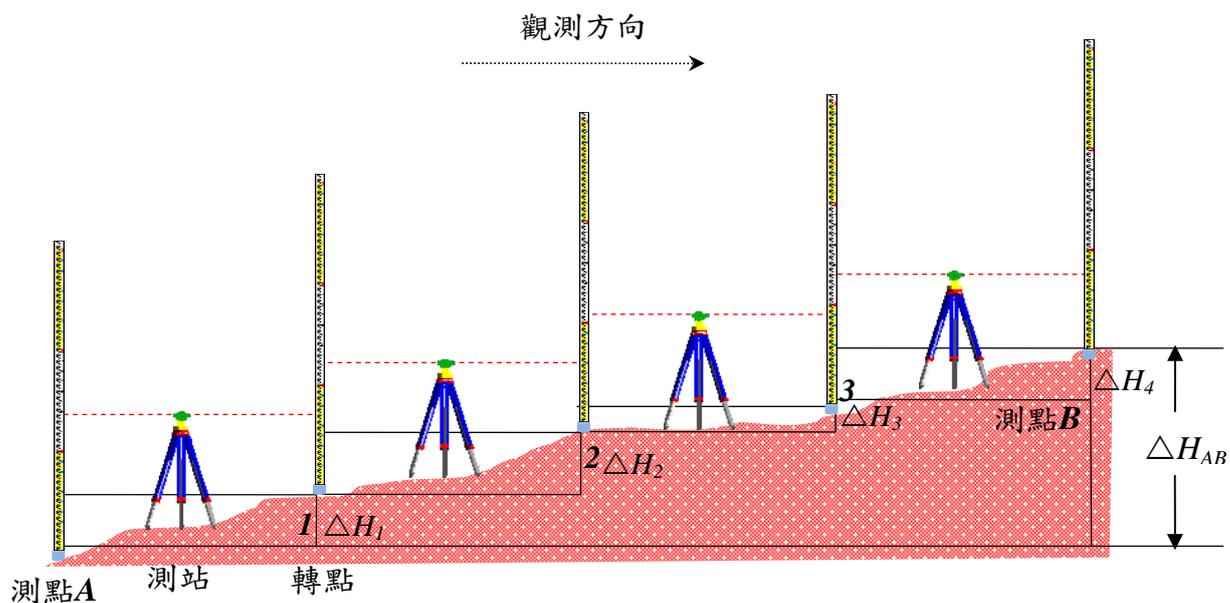


圖 2-6 逐差直接水準測量示意圖 (重繪)

a.5. 水準測量之儀器介紹

a.5.1 水準儀的基本構造

a. 水準儀的基本軸

如圖 2-7 所示，水準儀有三個主要軸構成，即：

視準軸 (Collimation Axis)：SS 望眼鏡物鏡中心與十字絲中心連線。

水準軸 (Axis of Level Tube)：LL 當儀器水平時，切於水準器之切線，其將垂直於重力線。

直立軸 (Vertical Axis)：VV 望眼鏡水平方向之旋轉軸

b. 水準儀之設置條件

視準軸平行水準軸 $SS \parallel LL$

水準軸垂直直立軸 $LL \perp VV$

若儀器三軸不能符合上述關係時，並需予以校正。

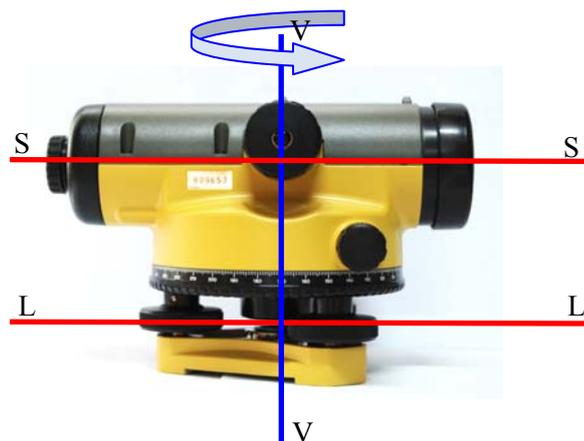


圖 2-7、水準儀之三個基本軸

a.5.2 水準儀之種類

a. 微傾水準儀 (Tilting Levels)

微傾水準儀可微微傾斜，其具有一管水準器，藉由調整傾斜螺旋可水準管氣泡居中，使視準軸更接近水平位置。水準管氣泡的調整方式採半像符合氣泡，以增加儀器水平的精度。

b. 自動水準儀 (Automatic Levels)

調整圓盒氣泡使儀器大約水平，自動補償器調整視線水平（不需水準管）。

c. 精密水準儀 (Precise Levels)

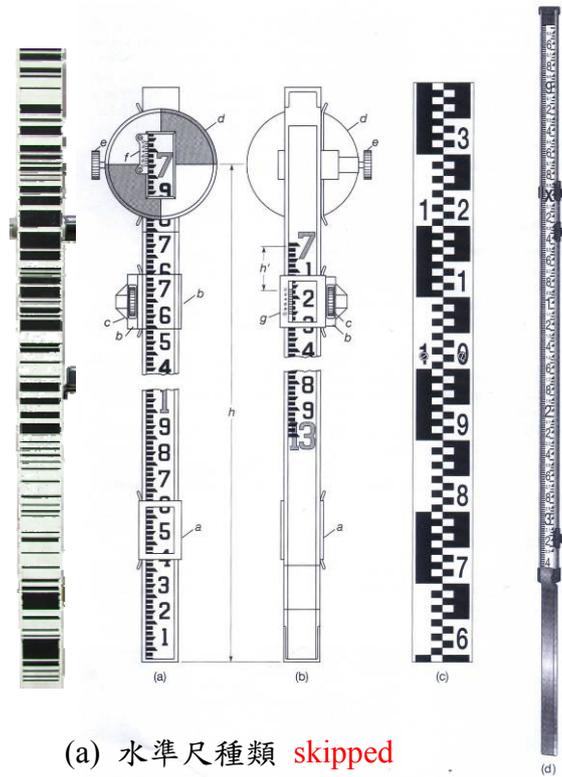
在物鏡前加裝平行玻璃，水準尺中間嵌以鈦剛尺，最小刻畫為 1 cm 或 0.5 cm，望遠鏡放大倍率至少為 30 倍，十字絲的一半改為楔形絲，以夾住水準尺刻畫，減少定平及觀測時間，以降低儀器及水準尺之沈陷量，可得較精細之結果。

d. 電子水準儀 (Electronic Digital Levels)

採用條碼式水準尺，讀數精度高，不需讀數，避免人為錯誤及誤差，測量速度快，可自動計算並記錄高程資料，並自動計算視準軸誤差及改正。

a.5.3 水準尺種類

如圖 2-8 (a)所示，水準尺依不同儀器及不同的施測方式，有不同的種類，簡述如下：



(a) 水準尺種類 **skipped**



(b) 水準尺之放置



圖 2-8、水準尺之種類及放置方式

a. 依構造材料區分：

木質水準尺、鋁質水準尺、玻璃纖維水準尺、鋼鋼水準尺

b. 依結構方式區分：

抽升式水準尺、折疊式水準尺、組合式水準尺、固定式水準尺

c. 依精密度區分：

普通水準尺、精密水準尺

d. 依讀數方式區分：

自讀式水準尺、規標式水準尺、條碼式水準尺

如圖 2-8 所示，轉點時，水準尺需至於尺墊上，以避免水準尺位置之變動或下陷之誤差。

a.5.4 水準儀定平

水準儀定平之目的在於利用水準器，使望眼鏡之視線在任何方向均為水平。

水準器大致可分為兩種，即圖 2-9 的管水準器(Tube Vial)及圖 2-10 的圓盒水準器(Circular Vial)。

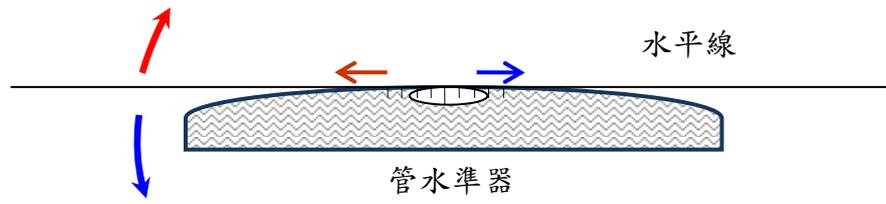
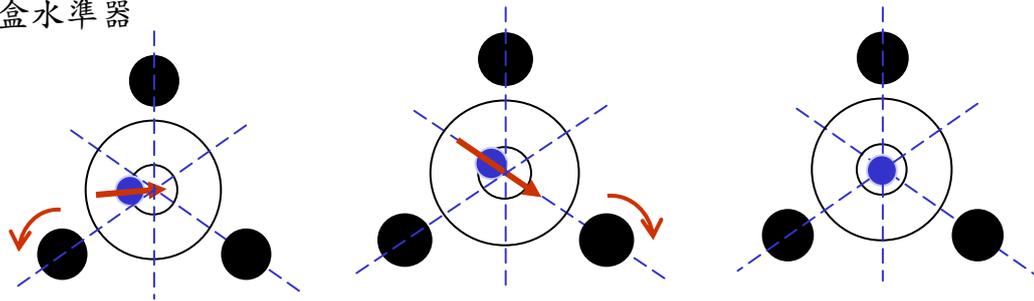
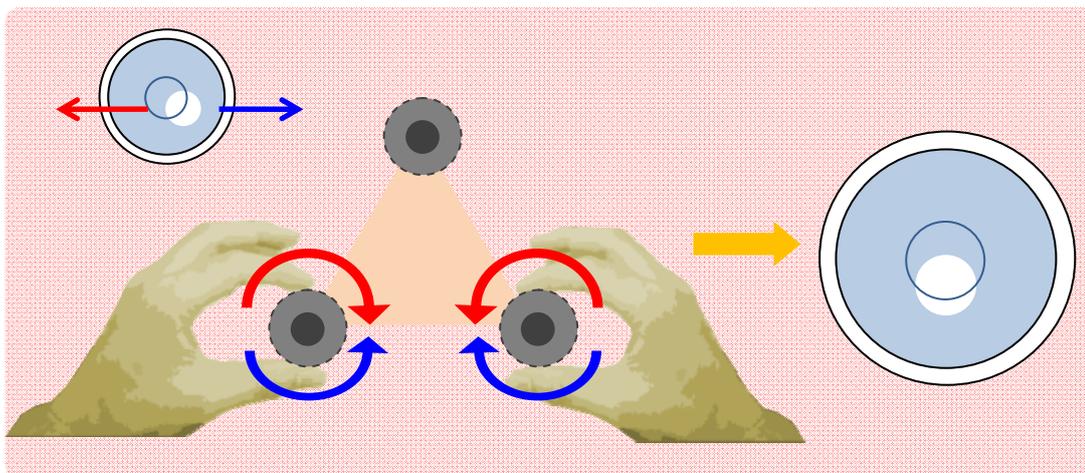


圖 2-9、管水準器

圓盒水準器



步驟 1



步驟 2

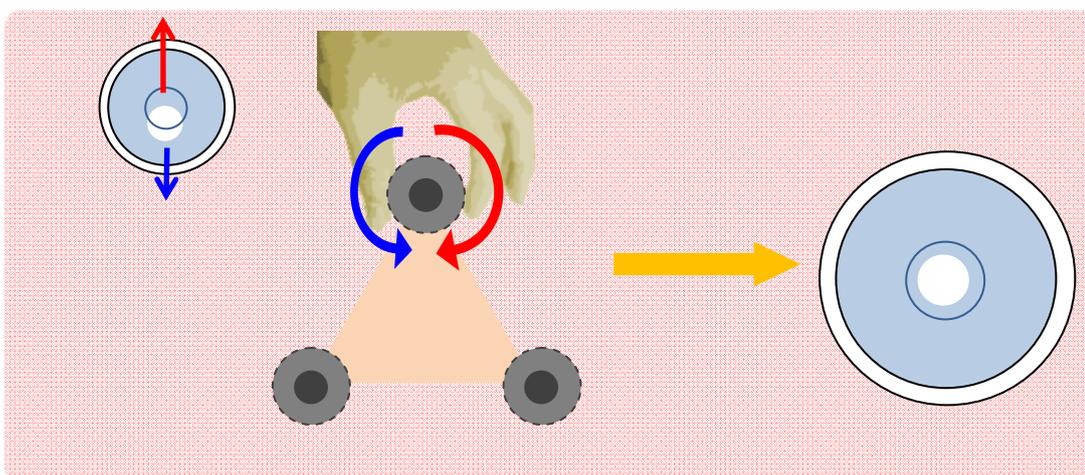


圖 2-10、圓盒水準器及其定平方式

圓盒水準器之定平方式：

- (1) 將儀器置於三角架上。
- (2) 同時向內或向外旋轉兩腳螺旋，使水準氣泡居中。
- (3) 旋轉望眼鏡 90 度，調整另一腳螺旋，使氣泡居中。
- (4) 重複調平至望遠鏡在任何方向時，水準氣泡均保持居中。

a.6. 水準測量之作業程序與成果計算

a.6.1 水準路線的規劃

實施水準測量之前，需依據作業目的、現地狀況及地形變化等，規劃適當之水準路線。如圖 2-11 所示，水準路線可區為以下三種：

a. 閉合水準測量

水準測量之起點與終點相同，閉合差應接近於零。

b. 附合水準測量

水準測量之起、終點高程均為已知。

c. 水準網

由多條水準路線交互形成一網狀結構。

可由整體水準網平差計算之

水準網之計算成果比較可靠。

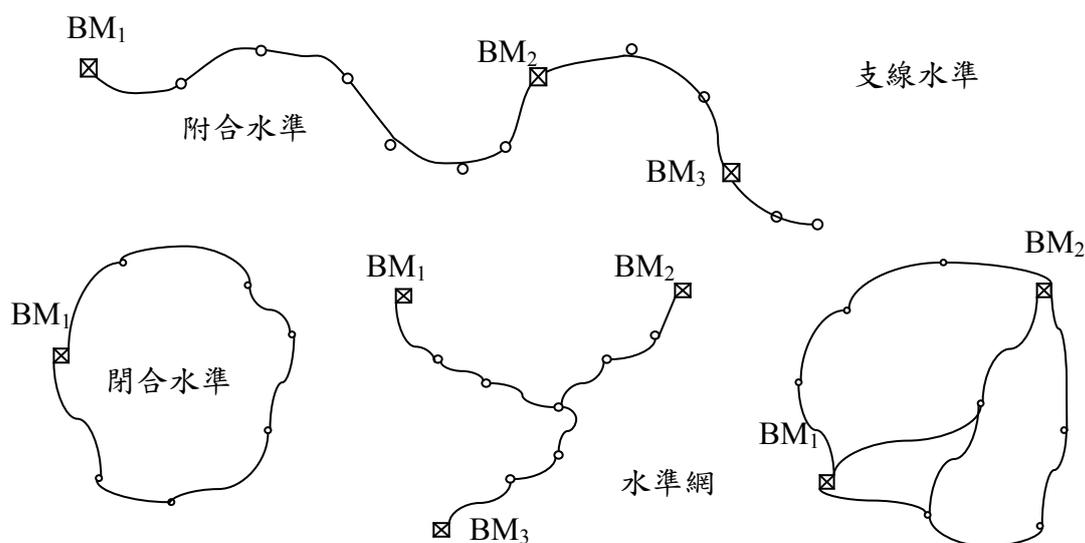


圖 2-11、水準路線之種類

a.6.2 逐差直接水準測量之作業程序

a. 所需儀器設備

光學水準儀×1、儀器腳架×1、水準尺×2、鐵墊×2（於轉點上放置）、紀錄本×1。

b. 施測程序

- (1) 依逐差水準測量原理，於第一個控制點(假設為點 A)上放置水準尺，並於距離 A 點適當處放置水準儀，且接著往下一個控制點(假設為點 B)上放置水準尺。
 - * 水準儀與兩水準尺之間距離應大概相等(可藉由步距或皮捲尺測量)，且通視良好。
 - * 前、後視距離(即兩水準尺間的距離)應控制在 30 公尺以內，如超過則須加設轉點。
- (2) 觀測控制點 A 上水準尺之讀數，以此為後視，再觀測下個控制點 B 上水準尺得前視。其中，後視中絲讀數減前視中絲讀數得高程差 Δh ，此外，上絲讀數與下絲讀數之差乘視距常數(通常為 100)即為水準儀與該水準尺之距離(單位為公尺)。
 - * 觀測者需同時量測並讀出水準尺之上、中、下絲之刻劃，供紀錄者同步紀錄，而紀錄者應再覆誦一次，以防有傳達錯誤情形。
- (3) 若控制點間距離過長而會影響觀測者讀數時，應於兩個控制點之間設置轉點(下置鐵墊)。以上述說明為例，若點 A 與點 B 間距離過長，須於點 A 與點 B 間設置數個轉點(視需要決定轉點 TP 個數)，假設為 TP_1 、 TP_2 ... TP_N 。先觀測點 A 與 TP_1 間的高程，觀測控制點 A 得後視讀數 r_A ，觀測轉點 TP_1 得前視 r_{TP1} ，後視減前視得高程差 $\Delta h_1 = r_A - r_{TP1}$ 。
- (4) 水準儀沿著水準測量前視方向移動，A 點水準尺移動到下一轉點 TP_2 (下置鐵墊)， TP_1 處水準尺在原點轉向不動，紀錄 TP_1 讀數為後視、 TP_2 讀數為前視，並計算得高程差 $\Delta h_2 = r_{TP1} - r_{TP2}$ 。
- (5) 仿照步驟(4)之流程繼續測至下一個控制點 B(不用鐵墊，直接將水準尺置於 B 點上)。兩控制點 A 與點 B 之高程差即為： $\Delta h_{AB} = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \dots + \Delta h_n$ 。
- (6) 按照(1)~(5)之步驟施測，由起點持續測至終點(即原起點)，即完成一圈之“往測”閉合水準測量。

a.6.3 水準觀測紀錄表

水準觀測紀錄表有以下兩種形式，如表 2-1 及表 2-2 所示：

表 2-1 水準觀測紀錄表 I

測站	測點	水準尺讀數		高程差		高程 m	備註 (點位註記)
		後視	前視	+	-		
I	BM1					45.687	已知點高程
	TP1	1.348	1.456		0.108		
II	TP1						
	TP2	0.953	1.133		0.180		
III	TP2						
	TP3	1.249	1.091	0.158			
IV	TP3						
	TP4	1.752	1.184	0.568			
V	TP4					45.726	
	BM2	1.563	1.962		0.399		
Σ		[6.865]	[6.826]	[0.726]	[0.687]		
檢核		6.865-6.826 = 0.039		0.726-0.687 = 0.039			

表 2-2 水準觀測紀錄表 II

測點	水準尺讀數		高程差		高程 m	備註 (點位註記)
	後視	前視	+	-		
BM1	1.348				45.687	已知點高程
TP1	0.953	1.456		0.108		
TP2	1.249	1.133		0.180		
TP3	1.752	1.091	0.158			
TP4	1.563	1.184	0.568			
BM2		1.962		0.399	45.726	
Σ	[6.865]	[6.826]	[0.726]	[0.687]		
	6.865-6.826= 0.039		0.726-0.687= 0.039			

a.6.4 水準測量之成果檢核

閉合水準之高程閉合差：

如圖 2-12 所示，閉合水準起迄於同一點，其閉合差應接近於零。

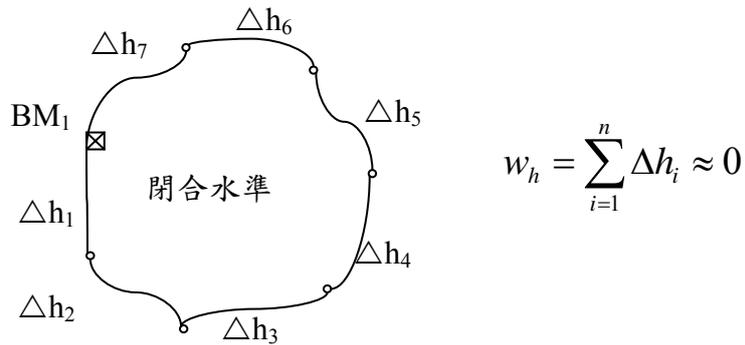


圖 2-12、閉合水準之閉合差

附合水準之高程閉合差：

如圖 2-13 所示，附合水準之高程閉合差為終點 BM_2 與起點 BM_1 之高程差。

$$w_h = \sum_{i=1}^n \Delta h_i - (H_2 - H_1) \quad (2-4)$$

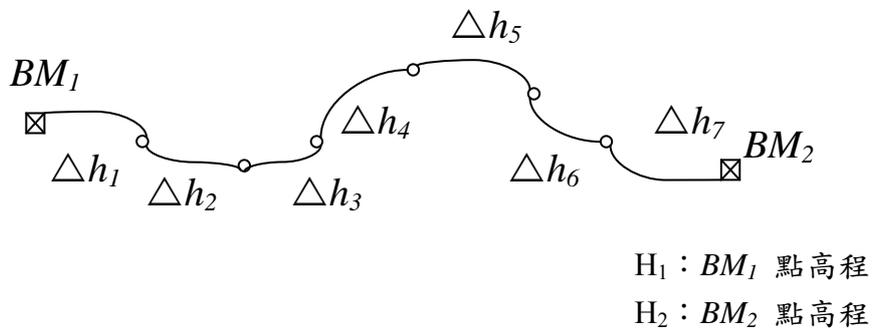


圖 2-13、附合水準之閉合差

3.4.4、水準測量之閉合差容許值

一般水準測量之閉合差界限以下式表示：

$$w_h \leq C\sqrt{K} \quad (2-5)$$

式中 K 為水準路線總長度，以 km 為單位。 C 為常數，以 mm/\sqrt{km} 為單位，其大小視視水準測量精度需求而定。我國目前對於測量精度之規定大致如表 2-3

所示：

表 2-3 水準測量誤差界限表

等級	視距距離	C 常數 (mm/\sqrt{km})
一等水準	< 40 m	3
二等水準	< 60 m	7
三等水準	< 60 m	10
四等水準 (普通水準)	< 80 m	20

a.6.5 簡單水準(附合、閉合)之平差程序

在 a.7 節所述，水準測量難免會產生誤差，若誤差超出界限，則必須進行重測，反之，當誤差在界限以內時，則可以依據一定之平差程序，將誤差分配於各個觀測量中。一般水準測量之平差程序如下：

計算水準之高程閉合差 w_h

檢查閉合差是否在容許範圍內

$$w_h < C\sqrt{K} \quad (2-6)$$

根據高程條件，對閉合差進行調整(平差)，計算改正後之高程差。

計算未知點之高程。

a. 簡易閉合差分配方法

閉合水準或附合水準之結果可以簡易平差方法分配誤差，誤差分配之原則有以下兩種：

依據水準路線之長度分配 (水準路線越長，改正越多)

$$v_i = \frac{w_h}{\sum L_i} L_i \quad (2-7)$$

依據水準測站數目分配(測站數目越多，改正越多)

$$v_i = -\frac{w_h}{\sum n_i} n_i \quad (2-8)$$

其中 v_i 為每一段水準路線之觀測量改正數， L_i 為每一段水準路線長度， n_i 為每一段水準路線之測站數目。

b. 水準網平差

水準路線成網形者，需依網形平差法進行平差，可採間接或條件平差法(略)。

c. 簡單水準計算範例

如圖 2-14 所示，水準點 BMA 及 BMB 高程為已知。今欲觀測其間之未知點 BM1、BM2 及 BM3 之高程，一共施測了四段水準，各段水準之高程差及其路線長度分別標示於圖中。試計算點 BM1、BM2 及 BM3 平差後之高程為何？

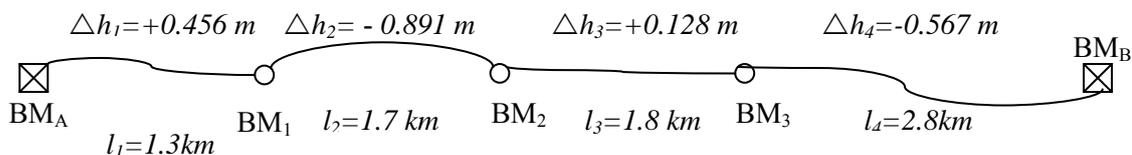


圖 2-14、水準觀測路線圖

表 2-4 簡易水準平差計算表

測段	點號	路線長度 (km)	測站數 N	觀測高差 (m)	改正數 (mm)	改正後 高差 (m)	高程 (m)
1	BMA	1.3	10	+0.456	-2	+0.454	32.224 (已知)
	BM1						32.678
2	BM1	1.7	14	-0.891	-2	-0.893	31.785
	BM2						31.910
3	BM2	1.8	16	+0.128	-3	+0.125	31.910
	BM3						
4		2.8	24	-0.567	-4	-0.571	

Σ	[7.6]	[-0.874]	[-0.885]
輔助	$w_h = -0.874m - (31.339m - 32.224m) = 0.011m = 11mm$		
計算	$w_{容} = 7mm\sqrt{7.6} = 19mm$, $v_i = -\frac{w_h}{\sum L_i} L_i$		

a.7. 水準測量之誤差

a.7.1 水準測量之誤差來源

a. 儀器誤差

包含有視準軸誤差、水準軸誤差、水準尺誤差。

b. 人為誤差

包含有定平誤差、水準尺傾斜、視差誤差、讀數誤差、碰觸誤差、紀錄錯誤等。

c. 自然誤差：

包含有沈陷誤差、大氣折光誤差、溫度及濕度誤差、地球曲率誤差。

a.7.2 水準測量誤差之改正方法

a. 視準軸誤差：以定樁法校正視準軸，或保持前後視距離相等。

b. 水準軸誤差：以半半改正法校正圓盒水準器歐。

c. 水準尺長並非標準長之誤差：與標準尺比較，並計算改正

d. 抽升式或折疊式水準尺之接縫處誤差：實際量出其誤差，並計算改正，或採用固定式水準尺。

e. 水準尺底端磨損：與標準尺比較，並計算改正，或前後視用同一隻水準尺。

f. 視差：調整焦距使物像成像於十字絲面，並轉動目鏡環使十字絲清晰。

g. 讀數誤差：採較大的放大倍率或較精密之儀器、維持較短的視距、或避免在中午或環境惡劣時觀測。

h. 碰觸誤差：隨時注意氣泡是否居中。

- i. 紀錄錯誤：記錄者應複誦一遍觀測值，並保持與觀測者之互動。
- j. 水準尺不垂直：持尺者前後搖動水準尺，觀測者讀最小讀數，或使用水準尺水準器。
- k. 儀器沈陷誤差：插緊三角架，並縮短觀測時間。
- l. 地球曲率誤差：影響小，且保持前後視距相等可消除之。
- m. 大氣折光誤差：保持前後視距相等可消除之。
- n. 地面水蒸氣之影響：避免中午時間內觀測

a.7.2-1 地球曲率及大氣折光之影響

如圖 2-15 所示，地球曲率 (Curvature) 對高程觀測之影響約為

$$\overline{BD} = 0.0785K^2 \quad (2-9)$$

其中 K 為兩點間之公里數，而大氣折光 (Refraction) 對高程觀測之影響約為

$$\overline{HR} = 0.011K^2 \quad (2-10)$$

因此兩者加總之影響約為

$$h = 0.0675K^2 \quad (2-11)$$

例子：若距離為 100 m，則由式(2-11)可知其所影響之誤差量大約為 0.00068 m，在普通水準的例子當中，此誤差量幾乎可以忽略不計。

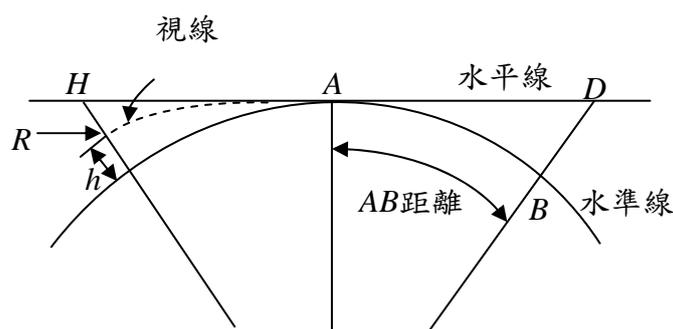


圖 2-15、地球曲率及大氣折光之影響

a.7.2-2 視準軸誤差

視準軸誤差為視準軸不平行於水準軸所引起之誤差，施測時，若能使前後視距離保持一致，使得前、後視之視準軸誤差大約相等，又因為高程差係由前、後視讀數相減而得，故可消除此誤差量，如圖 2-16 所示。

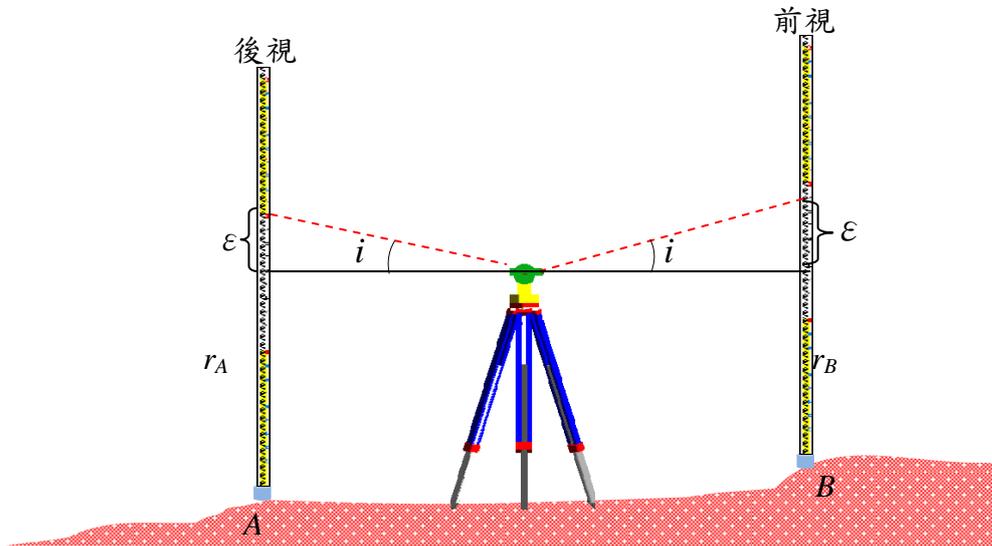


圖 2-16、前後視距保持相等可消除視準軸誤差

若欲檢視及校正一水準儀之視準軸誤差，一般常採木樁校正法(peg-adjustment method)（又稱定樁法）進行之。

a. 視準軸校正—定樁法（方法一）

如圖 2-17， S_1, A, B 及 S_2 各點間距離為 d （約 25 至 30 m），在 A, B 兩點釘定木樁，首先於 S_1 架設水準儀，分別對 A, B 兩樁頂之水準尺讀數得 A_1, B_1 。再將水準儀設於 S_2 ，讀得 A, B 兩樁頂之水準尺讀數得 A_2, B_2 。若 $A_1 - B_1 = A_2 - B_2$ ，則表示該水準儀不存在視準軸誤差，毋須改正。若儀器存在視準軸誤差 i ，其將在距儀器為 d 之水準尺上造成 ε 的讀數誤差，而在距儀器為 $2d$ 之水準尺上造成 2ε 的讀數誤差，由圖 17 可得在 S_1 及 S_2 處所觀測高程間之關係式為

$$\Delta H_{AB} = (A_1 - \varepsilon) - (B_1 - 2\varepsilon) = (A_2 - 2\varepsilon) - (B_2 - \varepsilon) \quad (2-12)$$

得讀數誤差為

$$\varepsilon = \frac{(A_2 - B_2) - (A_1 - B_1)}{2} \quad (2-13)$$

則視準軸偏差角度為

$$i = \frac{\varepsilon}{L} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{\varepsilon}{L} \cdot 206265'' \quad (2-14)$$

校正時，調整十字絲環之上下校正螺旋，使十字絲向上或向下，對準尺上正確之讀數，如此反覆施行，直到視準軸確切平行水準軸為止。

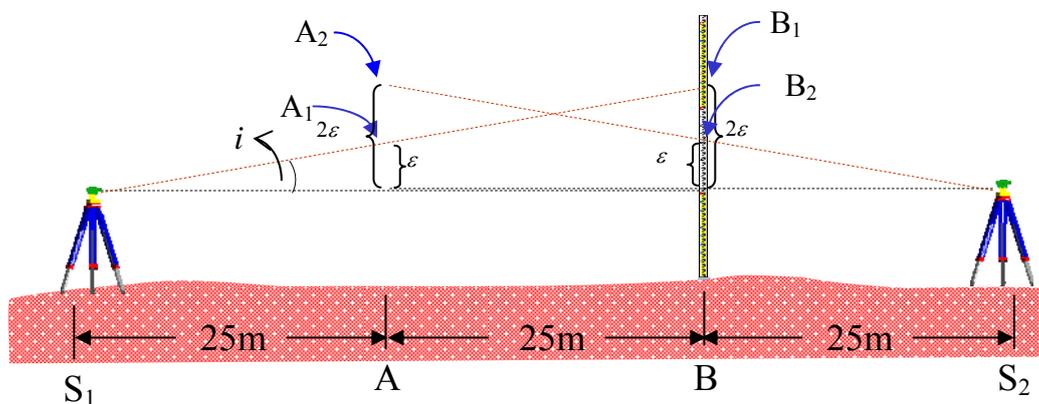


圖 2-17、定樁法校正視準軸誤差(方法一)

b. 視準軸校正—定樁法 (方法二)

圖 2-18 所示為另外一種視準軸校正方法，同樣地可得在 S_1 及 S_2 處所觀測高程間之關係式為

$$\Delta H_{AB} = (A_1 - \varepsilon) - (B_1 - \varepsilon) = A_2 - (B_2 - 2\varepsilon) \quad (2-15)$$

得讀數誤差為

$$\varepsilon = \frac{(A_1 - B_1) - (A_2 - B_2)}{2} \quad (2-16)$$

視準軸偏差角度為

$$i = \frac{\varepsilon}{L} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{\varepsilon}{L} \cdot 206265'' \quad (2-17)$$

校正方法與方法一相同。

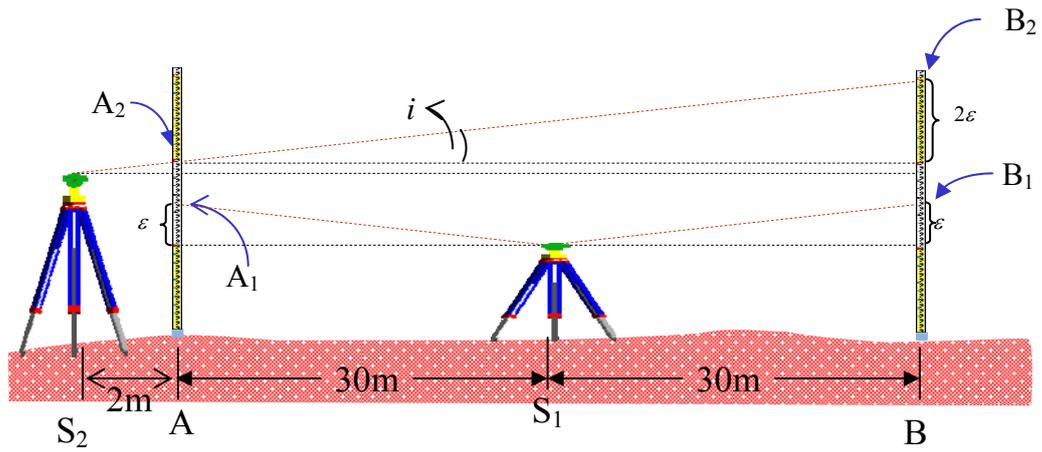


圖 2-18、定樁法校正視準軸誤差(方法二)