

IV.A 導線測量原理解說

[a.1. 前言](#)

[a.2. 導線測量基本介紹](#)

[a.3. 導線外業測量](#)

[a.4. 導線計算](#)

4.A 原理解說

a.1 前言

如圖 4-1 所示，導線測量(Traverse Surveying)係於地面上設置若干點(又稱為導線點)，測量各點間之距離及各點連線間之夾角，以確定各導線點之平面位置。導線測量之結果將做為測繪地形圖、平面圖、地籍圖及其他各種工程圖之基準。因為導線點(traverse point)具有控制作用，故一般又稱導線點為控制點(control point)或圖根點。

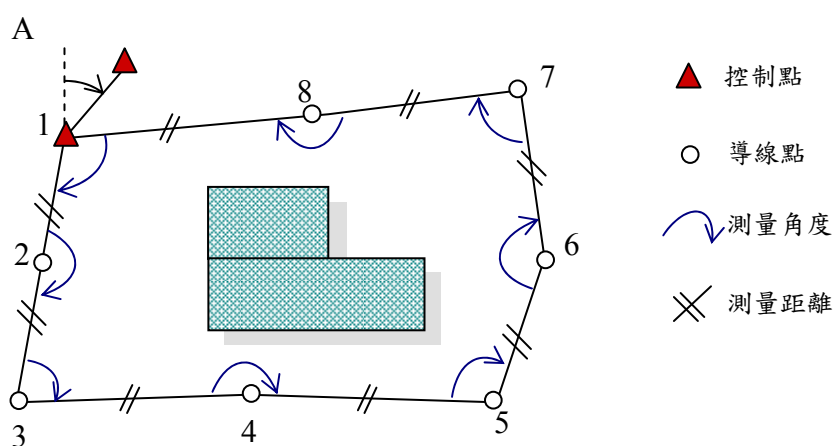


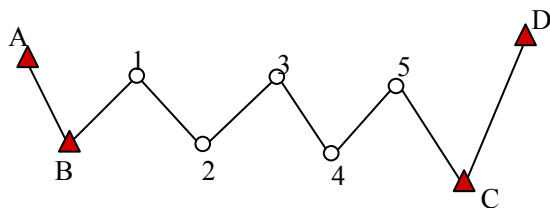
圖 4-1、導線測量示意圖

a.2、導線測量基本介紹

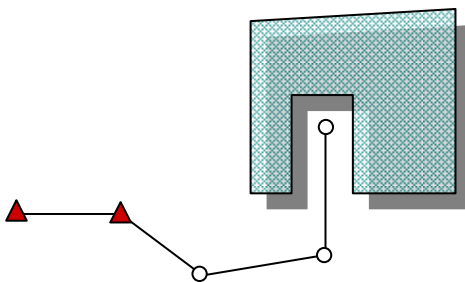
a.2.1、導線測量之分類

導線測量依其路線分佈情況可分成：

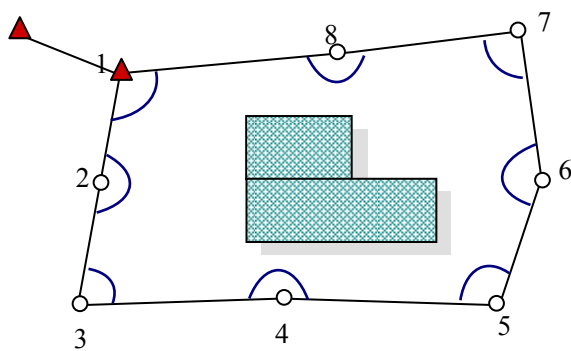
- ✦ 開放導線(附合導線)：由一控制點出發，推算各導線點，閉合至另一控制點。
- ✦ 自由開放導線：由一控制點出發，推算各導線點，不需閉合至控制點。
- ✦ 閉合導線：由一控制點出發，推算各導線點座標，閉合至起始控制點。
- ✦ 導線網：由不同導線圈組成的網形。



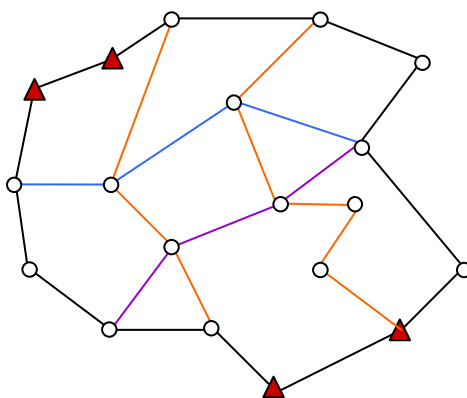
(a) 開放導線(附合導線)



(b) 自由開放導線



(c) 閉合導線



(d) 導線網

圖 4-2、導線測量之種類

a.2.2、導線精度分類

表 4-1、導線測量等級及精度表

等級	邊長	終點位置 閉合差	使用儀器	附註	
一等	10-20 公里	1/100000	精密經緯儀或 全測站	每隔 5~6 點加測天文方位角，需考慮地球曲率	精密導線
二等	2-10 公里	1/50000	精密經緯儀或 全測站	附合於一等控制點、需考慮地球曲率	
三等	1-3 公里	1/10000	普通經緯儀、電子測距儀、鋼捲尺或 全測站	附合於一、二等控制點	幹支導線
四等	0.3-1.5 公里	1/5000	普通經緯儀、電子測距儀、鋼捲尺或 全測站	附合於三等控制點	
普通	50-150 公尺	1/2000	普通經緯儀、電子測距儀、鋼捲尺或 全測站	附合於已知點上	普通導線

a.2.3、導線測量之作業程序

- ✦ 作業計畫及準備
- ✦ 選點及埋標
- ✦ 量距、測角及高程測量
- ✦ 測定方位角
- ✦ 導線計算、高程計算
- ✦ 展繪導線點

a.2.4、導線點選點及設置之基本原則

✦ 選點工具：

- ▶ 木樁、鐵錘、道釘、油漆、紀錄紙
- ▶ 鋸子、開山刀、斧頭

✦ 選點基本原則

- ▶ 導線點間應能互相通視
- ▶ 導線點數應適中、不宜過多或太少
- ▶ 導線邊長應視測圖比例尺及導線精度而定，對於地形複雜區域可酌於縮短
- ▶ 同一導線之邊長應大致相等，以維持相同之測角精度
- ▶ 開放導線宜成直線狀
- ▶ 導線點位置應便利架設儀器、且點位不易被破壞
- ▶ 視其他目的(如公路測量、航空控制測量)而另行考慮

a.3 導線外業測量

a.3.1、導線之邊長測量

✦ 捲尺測量：

- ▶ 通常採鋼捲尺、需重複觀測求其平均值
- ▶ 僅適於平坦區

✦ 電子測距儀或全測站測距：

- ▶ 方便、迅速
- ▶ 一、二等導線之邊長需加以改正

✦ 視距測量：

- ▶ 優於捲尺測量
- ▶ 精度較差、僅適於三、四等導線測量
- ▶ 目前已被電子測距儀或全測站所取代

a.3.2、導線之角度測量

單角法為檔現測量最常用之方法，觀測角度時需注意以下事項：

- ✦ 如圖 4-3 所示，導線方向為順時針時測外角(外角法)、逆時針時則測內角(內角法)。
- ✦ 需正倒鏡觀測取其平均值。
- ✦ 開放導線無內外角之分。

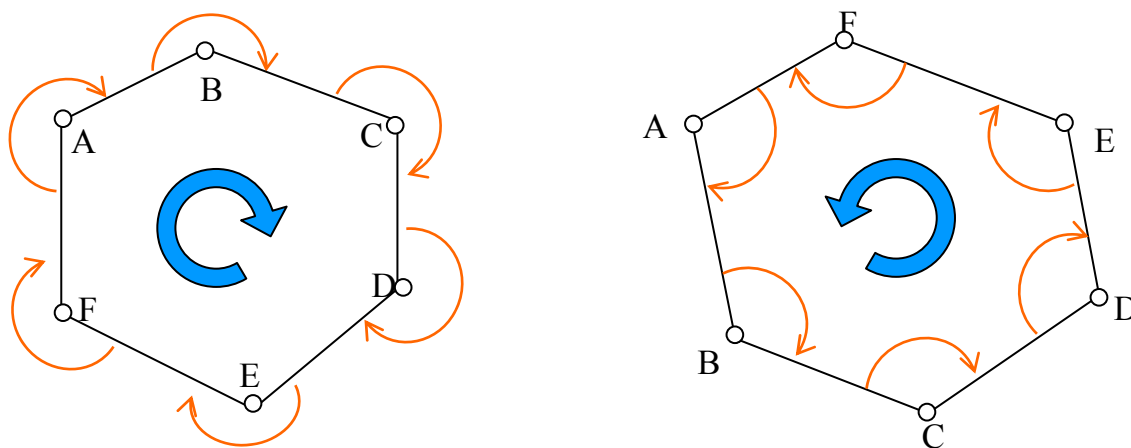


圖 4-3、導線測量之角度觀測方向，左為外角法，右為內角法

a.3.3、測距精度與測角精度之關係

導線測量係由測距與測角來決定導線點之平面位置，因此導線測量之誤差亦由測角精度 e_θ 與測距精度 e_d 所產生。欲使測量精度一致，必須使得測角精度 e_θ 及測距精度 e_d 相當。

$$D \cdot e_\theta = e_d \quad (4.1)$$

$$e_\theta = \frac{e_d}{D} \quad (4.2)$$

若 1/5000 的測距精度，可推算測角精度，計算如下：

$$\frac{e_d}{D} = \frac{1}{5000}$$

$$e_\theta = \frac{e_d}{D} \cdot (206265'') = \frac{1}{5000} \cdot 206265'' \approx 41''$$

即 $\frac{1}{5000}$ 的測距精度，可達 41'' 的測角精度。

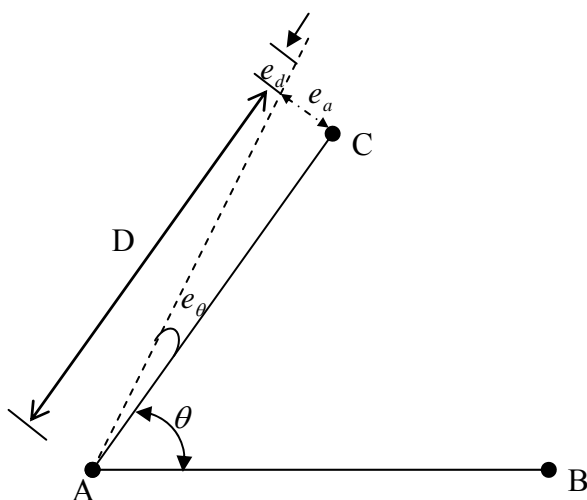


圖 4-4、測距精度與測角精度之關係

a.4 導線計算

a.4.1、計算程序

- ✦ 檢核記錄值，計算導線各角度值及邊長改正
- ✦ 繪製導線略圖
- ✦ 角度閉合差計算
- ✦ 各導線邊方位角計算
- ✦ 橫縱距計算
- ✦ 橫縱距閉合差改正

a.4.2、導線測量成果檢核

同一角度及邊長必須進行兩組以上之重複觀測，檢查其較差是否在誤差容許值內，表 4-2 所示為我國地籍測量實施規則中所規範之各級導線邊長及角度之容許誤差值

表 4-2、導線邊長及角度容許誤差值

導線等級	測距容許誤差	測角容許誤差	角度閉合差界限
一等	1/600,000	4"	$2''\sqrt{n}$
二等	1/120,000	5"	$6''\sqrt{n}$
三等	1/60,000	5"	$10''\sqrt{n}$
四等	1/30,000	5"	$30''\sqrt{n}$

a.4.3、閉合導線之角度閉合差改正

n 邊閉合導線之角度幾何條件

閉合導線之起點與終點為同一點，故角度觀測量必須滿足 n 邊形之角度閉合條件：

✦ 當施測方向為逆時針時，內角和條件為：

$$[\alpha] = (n - 2) \cdot 180^\circ \quad (4.3)$$

✦ 當施測方向為順時針時，外角和條件為：

$$[\beta] = (n + 2) \cdot 180^\circ \quad (4.4)$$

角度閉合差 w_a

✦ 角度觀測量總和與內角合之閉合差：

$$w_a = [\alpha] - (n - 2) \cdot 180^\circ \quad (4.5)$$

✦ 角度觀測量總和與外角合之閉合差：

$$w_a = [\beta] - (n + 2) \cdot 180^\circ \quad (4.6)$$

計算各角之改正值

若角度閉合差 w_a 大於誤差界限，則必須檢查導線之各個角度觀測量，必要時得重新觀測。若角度閉合差 w_a 在誤差界限裡，則可將角度閉合差 w_a 平均分配於各個觀測量，故每一個夾角之角度改正數為

$$v = -\frac{w_a}{n} \quad (4.7)$$

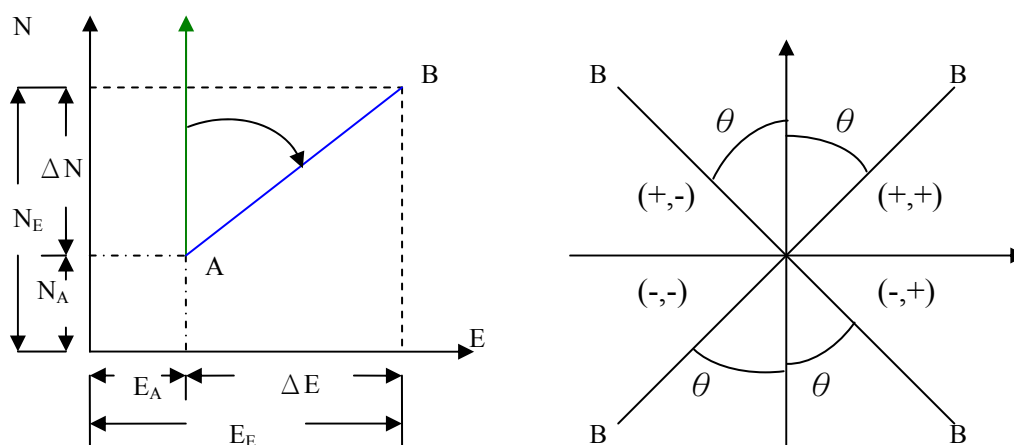
a.4.4、方位角計算及推算

由二已知點計算其方位角

如圖 4-5(a)所示，假設 A, B 為兩個已知座標之控制點，則根據三角幾何關係，我們可以計算 \overrightarrow{AB} 方向之方向角如下：

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{|\Delta E|}{|\Delta N|} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{|E_B - E_A|}{|N_B - N_A|} \right) \quad (4.8)$$

由上式所計算之方向角 θ 係介於 0 度與 90 度之間，故必須根據 ΔE 與 ΔN 之正負符號，判斷式(4.8)所計算之方向角位於第幾象限，再根據表 4-3 轉換為方位角。



(a) 點位座標與方位角計算

(b) 方位角與方向角關係

圖 4-5、方位角計算示意圖

表 4-3、方向角與方位角之關係

象限	ΔE	ΔN	方位角
I	+	+	$\varphi_{AB} = \theta$
II	+	-	$\varphi_{AB} = 180^\circ - \theta$
III	-	-	$\varphi_{AB} = 180^\circ + \theta$
IV	-	+	$\varphi_{AB} = 360^\circ - \theta$

方位角推算：

如圖 4-6 所示，已知點 A 到點 1 之方位角為 φ_{A1} ，今於點 1 觀測水平角 α_1 ，點 1 到點 2 之方位角 φ_{12} 計算如下：

由圖 4-6 中可知

$$\varphi_{12} = \varphi_{1A} + \alpha_1 = \varphi_{A1} - 180^\circ + \alpha_1 \quad (4.9)$$

其中 $\varphi_{1A} = \varphi_{A1} - 180^\circ$

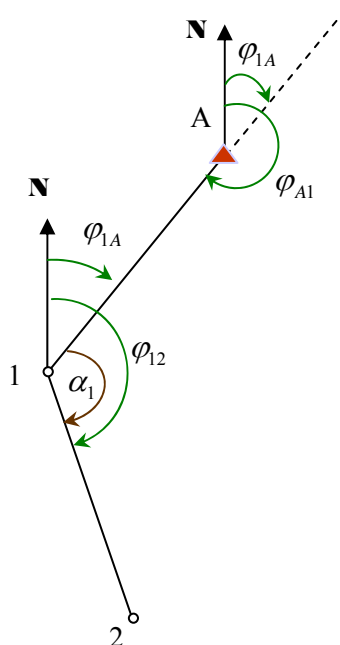


圖 4-6 方位角之推算

如圖 4-7 所示，一閉合導線具有 5 個導線點：A, 1, 2, 3, 4，其中 $\overrightarrow{A4}$ 邊之方位角為已知： $\varphi_{A4} = 137^\circ 02' 08''$ ，且各個內角觀測量 α_i 均已完成內角閉合差之改正，分別標示於圖 4-7 中，則根據公式(4.9)，可以逐次計算各個導線邊之方位角如下：

$$\begin{aligned} \varphi_{A4} &= 137^\circ 02' 08'' \\ \varphi_{4A} &= \varphi_{A4} + 180^\circ = 137^\circ 02' 08'' + 180^\circ = 317^\circ 02' 08'' \\ \varphi_{A1} &= \varphi_{4A} + \alpha_A - 180^\circ = 231^\circ 13' 37'' \\ \varphi_{12} &= \varphi_{A1} + \alpha_1 - 180^\circ = 177^\circ 38' 48'' \\ \varphi_{23} &= \varphi_{12} + \alpha_2 - 180^\circ = 100^\circ 42' 26'' \\ \varphi_{34} &= \varphi_{23} + \alpha_3 - 180^\circ = 22^\circ 30' 50'' \\ \varphi_{4A} &= \varphi_{34} + \alpha_4 - 180^\circ = 317^\circ 02' 08'' \end{aligned}$$

檢查是否有誤？

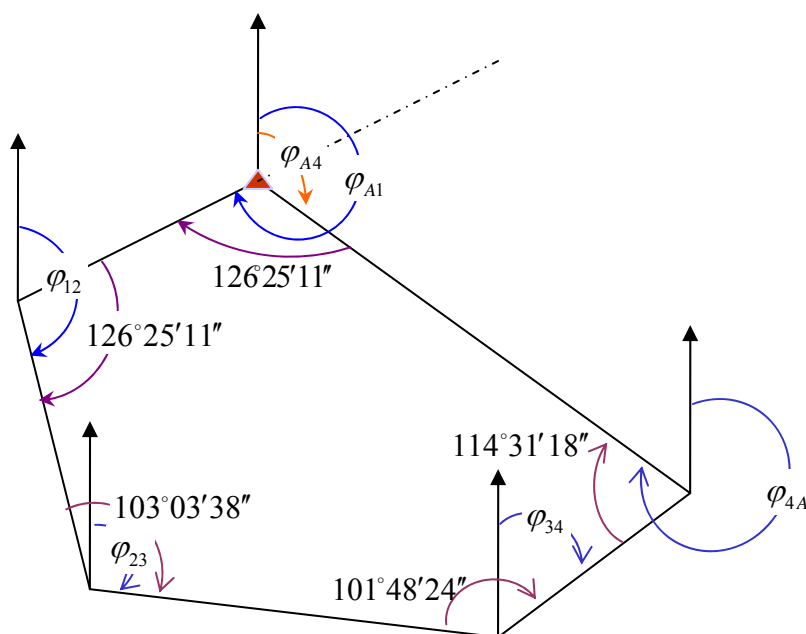


圖 4-7、導線觀測之計算例

a.4.5、橫縱距及座標計算

如圖 4-8 所示，假設 A 點為已知座標之控制點，今於 A 點觀測測線 \overrightarrow{AB} 之邊長為 D_{AB} ，方位角為 φ_{AB} ，則 B 點座標為何？

如圖 4-8 所示， \overrightarrow{AB} 對 E 軸之正投影 ΔE 稱為橫距 (Departure)，或稱經距，而對 N 軸之正投影 ΔN 稱為縱距 (Latitude)，或稱緯距，其計算方式如下

$$\begin{aligned}\Delta N &= D_{AB} \cdot \cos \varphi_{AB} \\ \Delta E &= D_{AB} \cdot \sin \varphi_{AB}\end{aligned}\quad (4.10)$$

因此 B 點座標計算方式如下：

$$\begin{aligned}N_B &= N_A + \Delta N \\ E_B &= E_A + \Delta E\end{aligned}\quad (4.11)$$

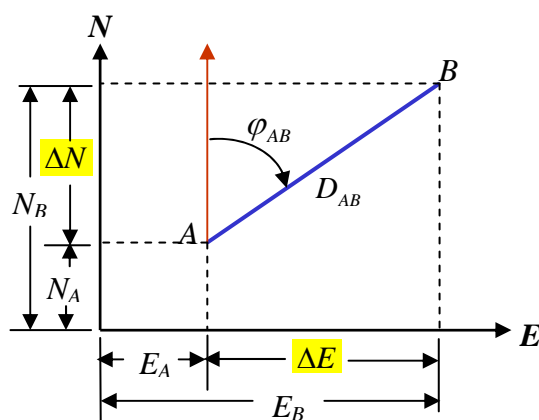


圖 4-8 橫縱距及座標計算

a.4.6、導線閉合比計算

導線閉合差：

閉合導線因起點、終點合於一點，故橫距總和及縱距總和應等於零：

$$w_E = [\Delta E] = 0 \quad (4.12)$$

$$w_N = [\Delta N] = 0 \quad (4.13)$$

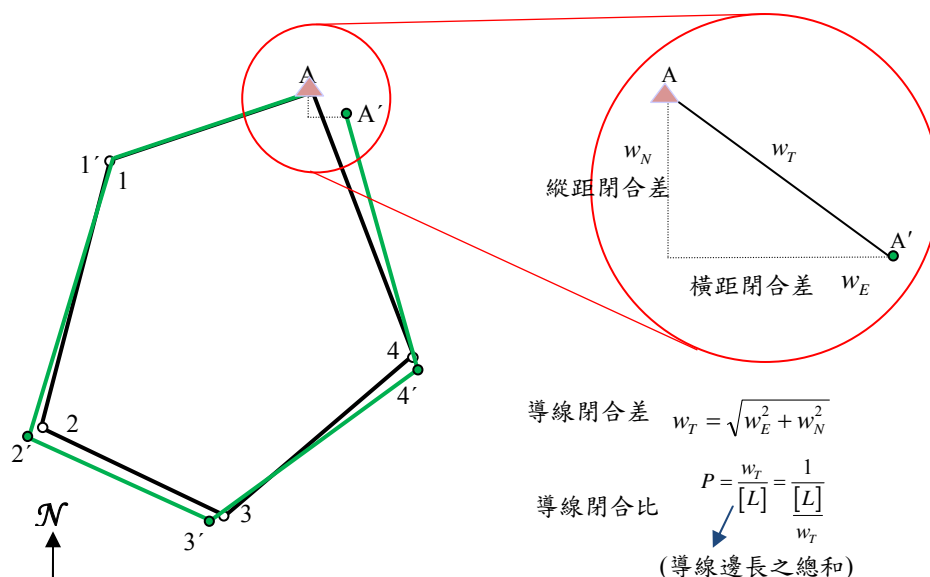


圖 4-9 橫縱距閉合差改正

如本節所述，導線測量雖已經角度閉合差改正，但尚有距離誤差沒有消除，以致式(4.12)及(4.13)之橫縱距合並不會等於零，而分別產生橫距閉合差及縱距閉合差，即

$$w_E = [\Delta E] \quad (4.14)$$

$$w_N = [\Delta N] \quad (4.15)$$

將 w_E 及 w_N 合併，即得導線閉合差(error of closure)

$$w_T = \sqrt{w_E^2 + w_N^2} \quad (4.16)$$

由圖 4-9 可知，當閉合導線自 A 點開始順序進行而回歸於 A 點時，實際上因誤差而回至 A' 點，此兩點之距離即為閉合差 w_T 。

導線閉合比：

導線閉合比(ratio of closure)為導線閉合差與導線邊長總和之比：

$$P = \frac{w_T}{[L]} = \frac{1}{\frac{[L]}{w_T}} \quad (4.17)$$

閉合比被用來表示一導線測量之精度，閉合比值越小，精度越高；反之，閉合比值越大，精度越低。

a.4.7、橫縱距閉合差改正

影響導線測量精度之因素很多，故於測量之前需依工作性質決定測量所需精度，表 4-4 所示為地籍測量實施規則中所規定之導線閉合比界限，若導線閉合比在容許界限內，則可將橫、縱距閉合差分配於各邊之橫、縱距，此即為橫、縱距閉合差改正。

表 4-4、方向角與方位角之關係

方法	幹導線	支導線
數值法	1/5, 000	1/3, 000
圖解法	1/3, 000	1/2, 000

由上可知，橫、縱距閉合差改正的目的是將橫距及縱距閉合差分別配予各導線邊之橫距及縱距，使其滿足式(4.12)及式(4.13)之閉合條件：

$$w_N = [\Delta N] = 0 \quad \text{及} \quad w_E = [\Delta E] = 0 \quad (4.18)$$

改正方法有羅盤法(compass rule)及經緯儀法(transit rule)兩種：

羅盤法：

假設導線之測距及測角精度相當，且誤差與各邊邊長成正比，故可依據各導線邊邊長之比例分配橫縱距閉合差：

$$v_N^i = -\frac{L_i}{[L]} \cdot w_N \quad (4.19)$$

$$v_E^i = -\frac{L_i}{[L]} \cdot w_E \quad (4.20)$$

其中 v_N^i 及 v_E^i 分別為任一邊 i 之橫距及縱距之改正數， L_i 為任一邊之邊長， $[L]$ 為導線邊長之總長。

經緯儀法：

此方法係假設導線測角精度遠大於測距精度，即導線誤差主要由測距誤差所引起，故可依據各導線邊橫、縱距之比例分配閉合差，即：

$$v_N^i = -\frac{\Delta N_i}{[\Delta N]} \cdot w_N \quad (4.21)$$

$$v_E^i = -\frac{\Delta E_i}{[\Delta E]} \cdot w_E \quad (4.22)$$

導線閉合差之改正，一般以羅盤法居多。

a.4.8、導線計算表(閉合導線)

一導線測量結果經角度及橫縱距改正之後，可依式(4.11)推算各導線點之座標，閉合導線所求最後一點座標應與第一點座標相同。導線測量之角度改正、橫縱距改正及座標計算之結果可記錄於表 4-5 之導線紀錄表中：

a.4.9、開放導線之計算

角度閉合差計算：

開放導線之計算與閉合導線類似，其不同之處為起點、終點為不同點，如圖 4-10 所示，但起、終點之方位角皆為已知，故可根據公式(4.9)先推算各導線邊之方位角：

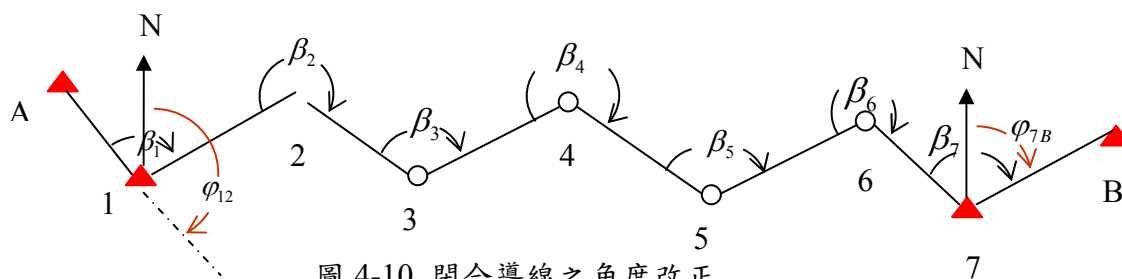
$$\left. \begin{aligned} \varphi_{12} &= \varphi_{A1} + \beta_1 - 180^\circ \\ \varphi_{23} &= \varphi_{12} + \beta_2 - 180^\circ \\ &\vdots \\ \varphi'_{7B} &= \varphi_{67} + \beta_7 - 180^\circ \end{aligned} \right\} \varphi'_{7B} = \varphi_{A1} + [\beta] - n \cdot 180^\circ \quad (4.23)$$

然後利用方位角閉合條件進行角度平差為

$$w_a = \varphi'_{7B} - \varphi_{7B} \quad (4.24)$$

最後進行方位角改正：

$$v = -\frac{w_a}{n} \quad (4.25)$$



橫縱距計算及改正、座標計算：

開放導線之橫縱距差應等於終點與起點之座標差，如圖 4-10 所示，點 1 及點 7 間之橫縱距差為

$$\begin{aligned} w_N &= [\Delta N] - (N_7 - N_1) \\ w_E &= [\Delta E] - (E_7 - E_1) \end{aligned} \quad (4.26)$$

導線點座標計算與閉合導線計算方式一樣，即根據各邊之改正後之方位角及距離，逐點計算各點座標。